



Om skattning av partivis noggrannhet

Hans Weslien

2012-05-31

Rapporten behandlar frågan om hur kontrolldata i dagens mätning med få kontrollenheter per parti kan användas för skattning av partivis noggrannhet och beskriver ett beräkningsätt för detta. Det konstateras också att det finns problem i tillgängligheten av nödvändiga uppgifter med dagens datahantering då det är omständigt att partivis koppla ihop ordinarie mätning och kontrollmätning.

Innehåll

1. Bakgrund och syfte	3
2. En inledande liknelse.....	4
3. Partvisa fel vid stockmätning (totalmätning)	6
4. Partvisa fel vid travmätning med stickprov.....	8
5. Utförligare beskrivning av beräkningar	9
6. Andel partier inom visst noggrannhetskrav	11
7. Angående databehov för analys av partivis noggrannhet	12

1. Bakgrund och syfte

Bakgrund

Gällande noggrannhetskrav

I Skogsstyrelsens föreskrifter om virkesmätning (SKSFS 1999:1) ingår krav på noggrannhet för stockmätt volym samt för volym bestämd genom travmätning och stickprovsmätning. Dessa utgår från felet per parti, där parti exv. utgörs av den massaved som levereras från en avverkning hos en skogsägare till ett bruk eller av det timmer som levereras från avverkningen till ett sågverk. Gällande definition enligt föreskrifterna är:

”Avgränsad virkeskvantitet bestående av sågtimmer eller massaved för vilken virkessäljaren och virkesköparen träffat ett avtal och som mäts med en mätmetod”.

I de nya föreskrifter som nu utarbetas är förslaget (2011-09-30) till definition av virkesparti:

”Avgränsad virkeskvantitet för vilken virkessäljaren och virkesköparen avtalat om och som mäts med samma mätmetod. Kraven på virkets egenskaper är lika för hela virkeskvantiteten. Leveransen av virket äger vanligen rum vid ett tillfälle eller under en begränsad tid.”

Nu gällande krav avseende virkesvolym gäller partier större än 10 m³. I föreskrifterna definieras kraven i diagramform med kurvor som beskriver maximalt tillåtet fel vid olika partistorlek. Kraven beskrivs i grova drag nedan, tabell 1.

Tabell 1. Beskrivning av gällande noggrannhetskrav avseende virkesvolym

<i>Stockmätning</i>	<i>Travmätning, massaved</i>	<i>Travmätning, sågtimmer</i>
Cirka ± 5,7 %* invid 10 m ³ , gradvis minskande med ökad partistorlek till 400 m ³ och däröver konstant ± 3 %	Cirka ± 31 %* invid 10 m ³ , gradvis minskande med ökad partistorlek till 400 m ³ och däröver konstant ± 9 %	Cirka ± 23 %* invid 10 m ³ , gradvis minskande med ökad partistorlek till 400 m ³ och däröver konstant ± 8 %

* Avläst ur diagram i Skogsstyrelsens föreskrifter.

Kontroll avseende partivis noggrannhet idag

Kontroll med inriktning på partivis noggrannhet sker idag i begränsad omfattning. Begärda kontroller och s.k. partivis kontroll genom stockvis kontrollmätning efter travmätning kan belysa noggrannhetsnivån för mindre partier till viss del, men den partivisa noggrannheten är i regel inte målet för dagens kontroll. Skattning av fel per mätplats, sortiment, metod, period och mätare/mätlag är prioriterat. En följd av detta är att det blir en väldigt stor andel partier med ingen eller bara någon kontrollenhet, särskilt vad gäller mindre partier.

Att kontrollmäta hela partier i stor skala vore förstås mycket resurskrävande. Ett förtätat uttag av kontrollenheter för vissa utvalda partier skulle kunna vara ett tänkbart utvecklingsspår. Där finns dock problemet att få till en kontroll som inte är känd i förväg och i det avseendet invändningsfri. Troligen behövs då andra urvalsprinciper än dagens.

Framtida behov och vad som bör utredas närmast

Det kommer fortsättningsvis att vara intressant med kontrollresultat för olika mätmetoder per mätplats, sortiment, metod, period och mätare. I dagens principer för urval av kontrollobjekt ligger en strävan mot optimering av en sådan uppföljning. Samtidigt ses kommande ökande krav gällande kontroll inriktad på partivis noggrannhet. Hur omfattande kontrollmätningar som kommer att behövas totalt sett är därmed en självklar fråga att gå vidare med. Önskvärt vore att kontrollmätningars omfattning inte skulle behöva öka och urvalsprincipen heller inte behöva ändras. Eller är det kanske så att en metod för förtäta uttag av kontrollobjekt för utvalda partier måste utvecklas? Men det mest logiska i nuläget måste vara att först angripa frågan: Kan dagens fångst av kontrolldata användas för skattning av partivis noggrannhet?

Syfte

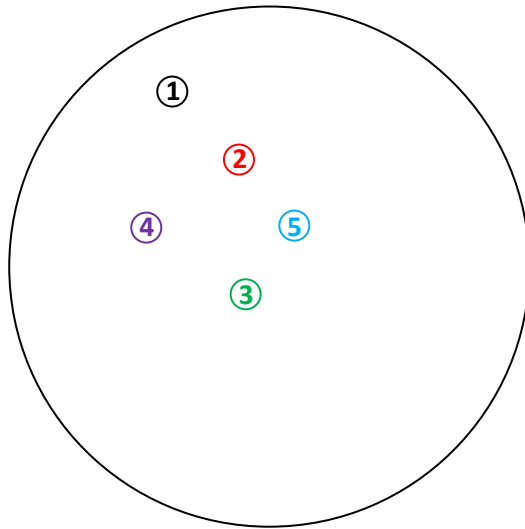
Syftet med föreliggande arbete är att ge en beskrivning av

1. hur befintliga kontrolldata av traditionellt slag - framtagna i huvudsak för kontroll på nivåerna mätplats, sortiment, mätmetod och mätare - skulle kunna användas för skattning av partivis noggrannhet (medelvärde och standardavvikelse för partivisa fel) vid totalmätning (stockmätning) och vid stickprovsmätning (travmätning med stockmätning av stickprovstravar)
2. hur dessa skattningar skulle kunna användas för att beräkna hur väl gällande noggrannhetskrav uppfylls (andelen partier där partiets volymfel ligger inom noggrannhetskravet för partistorleken).

2. En inledande liknelse

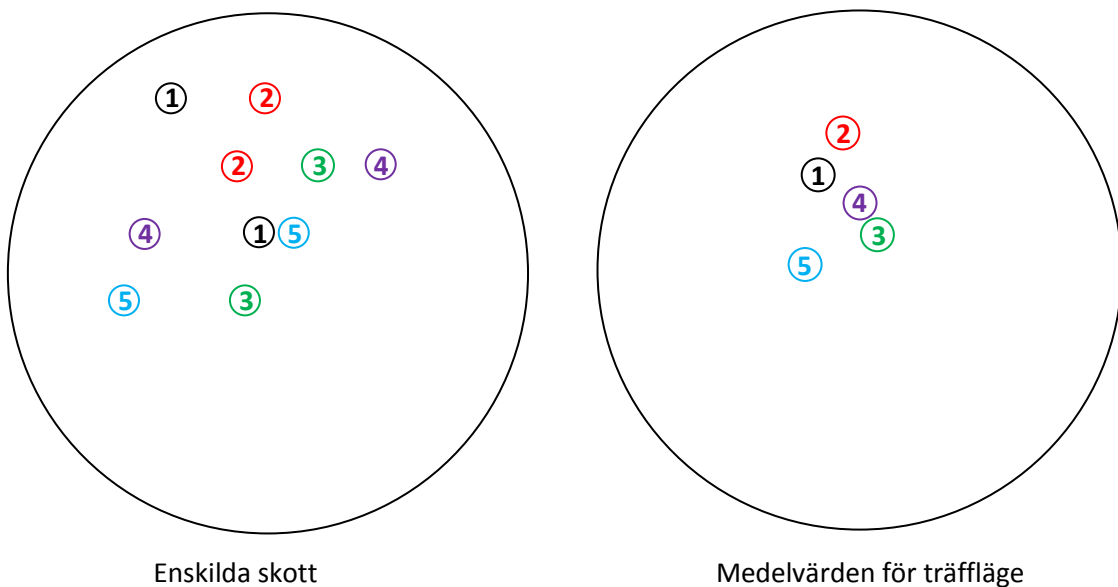
I beskrivningar av begreppen precision och noggrannhet brukar ibland användas måltavlor med träffar spridda eller samlade nära eller långt ifrån riktpunkten. Liknelsen som följer spinner vidare på detta tema.

Antag att ägaren till ett gevär kommer över ett antal askar med olika patronsorter (olika fabrikat och prestanda). Alla sorter passar till geväret men kan förmodas ha något olika träfflägen i genomsnitt. Som en test av hur stor variationen mellan sorter är väljs fem patronsorter ut och en provskjutning görs med ett skott per sort, figur 1.



Figur 1. Resultat av provskjutning med fem olika patronsorter (1-5), ett skott per sort.

Man kan nu fråga sig om resultatet (fig. 1) egentligen säger så mycket om skillnaden mellan patronsorter. Den skattning av en patronsorts medelträffläge som fås genom ett enda skott kan vara tämligen osäker. Det skulle faktiskt kunna vara så att sorternas genomsnittliga träfflägen är mycket lika och att spridningen nästan helt beror på en annan spridning från skott till skott: Den sammantagna effekten av skytten, spridningen mellan patroner av samma sort och yttre omständigheter. Efter insikt om detta skjuts sedan ytterligare ett skott per sort, figur 2.



Figur 2. Resultat av provskjutning med fem olika patronsorter (1-5), två skott per sort.

Tio skott istället för fem ger förstås ett bättre underlag för att få ett mått på skillnaden mellan patronsorter. Men medelvärdena kan ju inte heller nu betraktas som sanna eftersom de rimligen fortfarande har fel (fast troligen mindre) på grund av en spridning orsakad av annat än just patronsorten. Det kan uttryckas som att det finns en "*medelvärdesosäkerhet*" inblandad som stör resultatet. En högst väsentlig skillnad mot skjutning av bara ett skott per sort är dock att det fås information om denna osäkerhet genom den spridning som finns "*inom sort*" (genom fem observationer av skillnaden mellan två träffar med samma patronsort). För att få data om medelvärdesosäkerheten räcker det i princip med två skott per sort. Och när det finns ett mått på denna osäkerhet så kan man bilda sig en uppfattning om medelträffläggens faktiska variation, exklusive medelvärdesosäkerheten. Man behöver alltså inte veta varje sorts exakta medelträffläge för att ta komma fram till hur mycket medelträfflägena varierar. Naturligtvis har det totala antalet observationer betydelse för resultatens säkerhet, men om antalet sorter som ingår är tillräckligt stort kan man få en god skattning av medelträffläggens variation med bara två skott per sort.

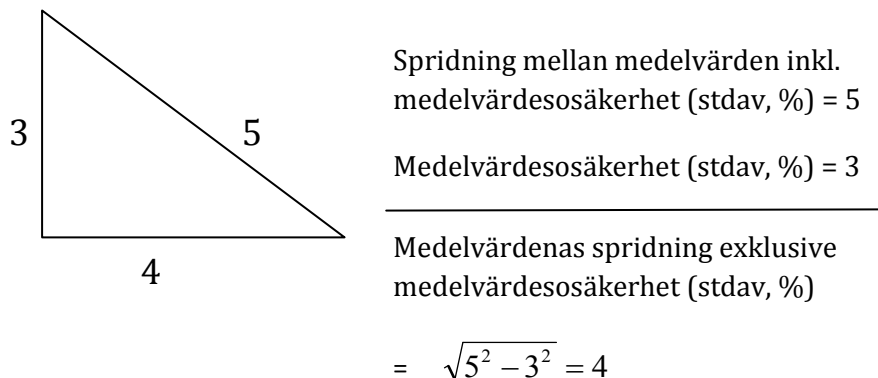
Översatt till virkesmätning: De olika patronsorterna motsvarar virkespartier med ett antal mätenheter (patroner). Träffarna motsvarar kontrollresultat för utvalda kontrollenheter (en eller två per parti) och medelvärdena (medelträffpunkterna) motsvarar genomsnittliga fel per parti. Dessa genomsnittliga fel är, likt medelträfflägena i skytteliknelsen ovan, behäftade en *medelvärdesosäkerhet* på grund av en spridning inom "*inom parti*". Med bara en kontrollenhet per parti (resultat motsvarande de i fig. 1) går det inte att komma fram till hur stor denna medelvärdesosäkerhet är och det går därför heller inte att komma fram till den egentliga spridningen mellan partier (mellan medelvärdena för partivisa fel). Förekomst av minst två kontrollenheter per parti (tillräckligt ofta) är nyckeln. Det möjliggör en beräkning av medelvärdesosäkerheten och att räkna bort denna från den totala observerade spridningen (total observerad spridning = variation för sanna partivisa fel + medelvärdesosäkerheten). Resultatet blir en skattning av partivisa fels verkliga variation. Säkerheten i skattningen kan bli god bara det finns tillräckligt många partier med minst två kontrollenheter. Den matematiska proceduren för skattning exemplifieras i nästa avsnitt.

3. Partivisa fel vid stockmätning (totalmätning)

I dagens kontrollresultat redovisas bl.a. kontrollkvoters spridning på stocknivå för volym och värde. Som exempel har sågtimmerstockars volymkvot en kvotspridning (kvotens relativa standardavvikelse) på ca 7 %. I denna spridning ingår partivisa fel till en del. Dessa kan exempelvis bero på att partier systematiskt felbedöms vad gäller barkavdrag, snö och is, eller tidsberoende felvisningar hos mätutrustningen.

Antag att två kontrollstockar per parti utfaller för ett visst (stort) antal partier. Medelvärdena (medelvärde av felet för de två stockarna från samma parti) beräknas och därefter dessa medelvärdes standardavvikelse, som blir 5 %. För varje partimedelvärde beräknas sedan medelfelet. Därefter beräknas medelvärdet av alla partiernas medelfel, här antas att resultatet blir 3 % . Värdet 3 % är ett mått på den genomsnittliga medelvärdesosäkerheten för partierna.

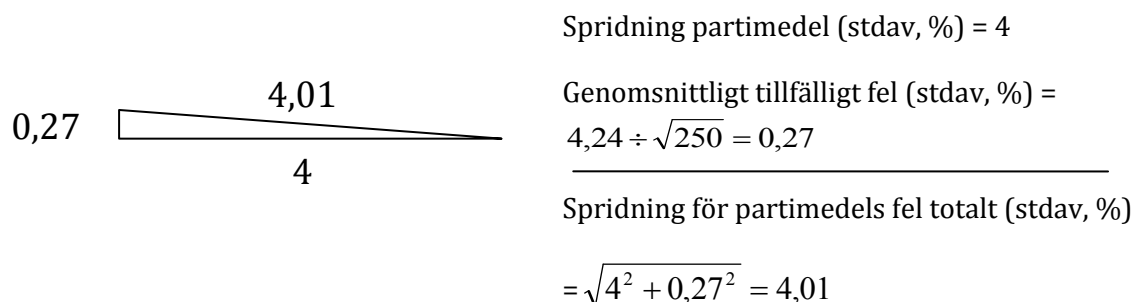
Det finns nu ett mått på medelvärdenas standardavvikelse inklusive medelvärdesosäkerheten (5 %) och ett mått på medelvärdesosäkerheten (3 %). Steget till en skattning av medelvärdenas egentliga spridning, exklusive medelvärdesosäkerheten beskrivs nedan, figur 3.



Figur 3. Beräkning medelvärdenas spridning exklusive medelvärdesosäkerhet.

Beräkningen enligt figur 3 resulterar i det sökta måttet för partimedelvärdenas spridning. Denna avser dock spridningen mellan partivisa fel helt utan inverkan av spridning inom parti och kan därför sägas vara bara teoretisk. Den spridning som ändå finns inom partier har inverkan eftersom den, tillsammans med antalet stockar per parti, bestämmer storleken av standardavvikelsen för tillfälliga fel som partimedelvärden kommer att få vid mätning. I exemplet var medelfelet i genomsnitt 3 % och spridningen inom partier är då $\sqrt{2}$ gånger så stor, 4,24 %. ($3 = 4,24 \div \sqrt{2}$ enligt regeln medelfelet = stdav/roten ur antalet observationer).

Nu finns data för partimedels spridning och för tillfälliga fel. Antalet stockar per parti antas vara 250. Ett skattning av den totala spridningen för partimedel kan göras enligt nedan, figur 4.



Figur 4. Beräkning av total spridning för partimedels fel.

Effekten av tillfälliga fel i exemplet kan tyckas vara löjligt liten, men den har ändå medtagits för att visa en fullständig beräkning. I fall med färre mätenheter per parti, som exv. travmätning, kan effekten vara betydande.

Om man bortser från partibundna fel är det mycket enkelt att skatta standardavvikelsen för partivisa volymkvoter. Men detta är som att se all spridning som tillfälliga fel, vilket kan ge resultat som är alltför bra: Med data enligt ovan är den totala standardavvikelsen på stocknivå (variationen inom och mellan partier) $= \sqrt{5^2 + 4,24^2} = 6,6 \%$, vilket ger den mycket optimistiska skattningen av standardavvikelsen för partimedelvärden $6,6 \div \sqrt{250} = 0,42 \%$.

4. Partivisa fel vid travmätning med stickprov

Allmänt

Samma principer som vid stockmätning (totalmätning) kan tillämpas, men följande förhållanden behöver uppmärksammas:

- Skattning av partivisa fel vid stockmätning är tämligen enkelt genom det att mätningar görs i bara två steg: den ordinarie stockmätningen och kontrollmätningen. Travmätning med stickprov kan också ses som mätningar i två steg om man betraktar stockmätningen som facit. Men detta är inte helt korrekt. Det är egentligen tre steg: Ordinarie enkel mätning, noggrann mätning (stockmätning) och kontrollmätning av slumpade stockmätta stockar. Effekten av avvikelser mellan stockmätning och kontrollmätning diskuteras i nästa underavsnitt.
- Eftersom det är frågan om relativt få mätenheter (travar) per parti får de tillfälliga felen förhållandevis stor inverkan och dessutom kan sambandet mellan genomsnittligt fel och antalet mätenheter vara annat än det vid stockmätning (förklaras i nästnasta underavsnitt).

Avvikelser mellan stockmätning och kontrollmätning

Det kan tänkas förekomma avvikelser mellan stockmätningen och kontrollmätning av tre olika slag: tillfälliga utan koppling till partivisa fel i den enkla mätningen, systematiskt, d.v.s. i genomsnitt avvikande från noll, och fel som samvarierar med den enkla mätningens (exv. genom att tjock bark ger överskattning av m^3 -volymen i båda mätningarna).

De tillfälliga felen inverkar i princip så att variationen för partivisa fel förstoras något, alltså att det blir en viss överskattning av partivisa fels standardavvikelse. Man kan se stockmätningen som ett "facit med brus" som tillför slumpvisa fel till de partivisa felens variation och ökar denna.

Ett systematiskt fel i stockmätningen ger felaktig genomsnittligt fel för partimedelvärden och kan innebära överskattning eller underskattning av partivisa fel.

En samvariation på partinivå mellan enkla mätningens och stockmätningens fel får effekten att spridningen för partivisa fel komprimeras i viss grad. Om exempelvis $x\%$ fel (+ eller -) i enkla mätningen i genomsnitt motsvaras av $0,1 \times x\%$ fel åt samma håll i stockmätningen kommer spridningen för partivisa fel att komprimeras och reduceras med 10 %. Justering för denna effekt skulle kunna göras genom en uppräkningsfaktor av partimedels standardavvikelse med motsvarande faktor (1/0,9).

Beräkning av genomsnittligt tillfälligt fel

I avsnittet om stockmätning beräknades genomsnittligt tillfälligt fel som standardavvikelsen inom partier dividerad med roten ur antalet mätenheter i partiet. Detta bygger på att det är frågan om oberoende ("slumpvisa") fel. Vid travmätning där alla tre travar på bilen mäts in vid ett tillfälle av samma mätare kan man förmoda att det finns en viss likhet mellan de fel som görs för varje trave, varför tre travar nog inte ska räknas som tre. För att vara på säkra sidan och inte underskatta felen kan man betrakta bilen som mätenhet istället. Standardavvikelsen inom partier divideras då med ett roten ur ett tre gånger mindre tal istället, vilket ökar det tillfälliga felet med faktorn roten ur tre. Rätt faktor ligger någonstans mellan ett och roten ur tre. En skattning av denna faktor kan fås genom att se hur mycket standardavvikelsen inom parti minskar när travvisa fel slås ihop till bilvisa, vilket är möjligt om finns data med två eller tre stickprovstravar per lass.

5. Utförligare beskrivning av beräkningar

Följande beskrivning är tillämpbar för såväl stockmätning som travmätning. Vid travmätning förutsätts den ordinarie mätningens resultat vara korrigerat med kollektivets omräkningstal (stockmätning /travmätning) och stockmätningen betraktas som facit (kontrollmätning).

Endast data för partier med minst två kontrollenheter (stickprov) kan ingå. Beräkningarna utförs lämpligen med uppdelning i partistorleksklasser. Beräkningsmetodiken medger att partier med olika antal kontrollenheter kan ingå i samma storleksklass.

Enheten i beräkningarna är procentenheter där 100 motsvarar korrekt partivolym enligt en tänkt kontrollmätning av hela partier.

Beskrivningen gäller här volym, men precis samma beräkningar kan göras avseende värde.

Steg 1 För vart och ett av de n partierna beräknas

$$\text{partivis avvikelse } m_p(\%) = 100 \times \left[\frac{\sum \text{volym ordinarie mätning}}{\sum \text{volym kontrollmätning}} - 1 \right]$$

Steg 2 Utifrån de n partivisa genomsnittliga felen m_p beräknas

s_m = standardavvikelsen för de n m_p -värdena
(= variation inklusive medelvärdesosäkerhet)

m = medelvärdet av de n m_p -värdena

Steg 3 För varje parti beräknas medelfelet

$$e_p = s_p \div \sqrt{n_p} \times \sqrt{\frac{N_p - n_p}{N_p - 1}}$$

(= den vanliga medelfelsformeln med ändlighetsfaktor)

s_p = kvotspridningen (%) per parti beräknad utifrån de n_p kontrollenheter per parti

N_p = antal mätenheter i parti p

Steg 4 Medelvärdet (kvadratisk medelvärde) för de n medelfelen e_p beräknas

$$s_e = \sqrt{\sum e_p^2 \div n}$$

Standardavvikelsen s_e är ett uttryck för den medelvärdesosäkerhet som ingår variation mellan partimedelvärden (stdav s_m) beroende på att värdena m_p bygger på sampel.

Steg 5 Standardavvikelsen $\hat{s}$ för partivisa medelvärden, som om de vore exakt bestämda, kan nu skattas

$$\hat{s} = \sqrt{s_m^2 - s_e^2}$$

I och med detta steg är den s.k. medelvärdesosäkerheten (s_e) borträknad.

Steg 6 De partivisa medelvärdenas medelvärde och spridning är nu beräknad, men standardavvikelsen $\hat{s}$ gäller mätning helt utan tillfälliga fel. Genomsnittlig tillfälligt fel för parti beräknas enligt

$$\hat{e}_{tillf} = \sqrt{\sum (s_p \div \sqrt{N_p})^2 \div n}$$

(kvadratisk medelvärde av partiernas tillfälliga fel $s_p \div \sqrt{N_p}$)

Steg 7 I detta sista steg beräknas totala standardavvikelsen för partivisa fel inklusive tillfälliga fel:

$$\hat{s}_{tot} = \sqrt{\hat{s}^2 + \hat{e}_{tillf}^2}$$

6. Andel partier inom visst noggrannhetsintervall

I denna analys antas att de partivisa felen är normalfördelade med medelvärdet m och standardavvikelsen $\hat{s}_{tot}$.

Från dagens samlade virkesmätningsstatistik finns stöd för att fördelningar för fel inte avviker i betydande grad från den normala. Därför bör antagandet om normalfördelning kunna accepteras i den modell för skattning av partivisa fel som här presenteras. Men vid varje analys enligt denna modell och i dess redovisning bör ingå att jämföra fördelningen av fel för partimedelvärden m_p mot normalfördelning och vid tydlig avvikelse bör analysen göras på annat sätt eller kompletteras avseende effekterna på resultatet. Tillämpning kan avse såväl volym som värde.

Beräkningen visas nedan genom ett exempel med antagna utgångsvärden för viss partistorleksklass. Det förutsätts här samma indelning i storleksklasser som vid beräkningar av m och $\hat{s}_{tot}$. Eftersom större partier inom en storleksklass har större sannolikhet att få minst två kontrollenheter blir det ett urval med dragning mot större partier inom storleksklasser. Resultaten gällande andel partier inom gällande noggrannhetskrav bör därför ses som gällande vid den genomsnittliga partistorleken och det genomsnittligt noggrannhetskravet för de partier som ingår i beräkningarna av m och $\hat{s}_{tot}$ för storleksklassen i fråga, inte vid partistorleksklassens mittvärden avseende volym och noggrannhetskrav.

Antagna data

$m = 2,21 \%$ d.v.s. partierna överskattas i genomsnitt 2,21 %

$\hat{s}_{tot} = 4,81 \%$

Gällande noggrannhetsintervall: $\pm 9 \%$.

Beräkning av andelen partier inom $\pm 9\%$

Beräkningen utgår från en normalfördelning med standardavvikelsen 1.

$$\text{Övre kravgräns} \div \hat{s}_{tot} = (9 - 2,21) \div 4,81 = 1,42$$

$$\text{Nedre kravgräns} \div \hat{s}_{tot} = -(9 + 2,21) \div 4,81 = -2,33$$

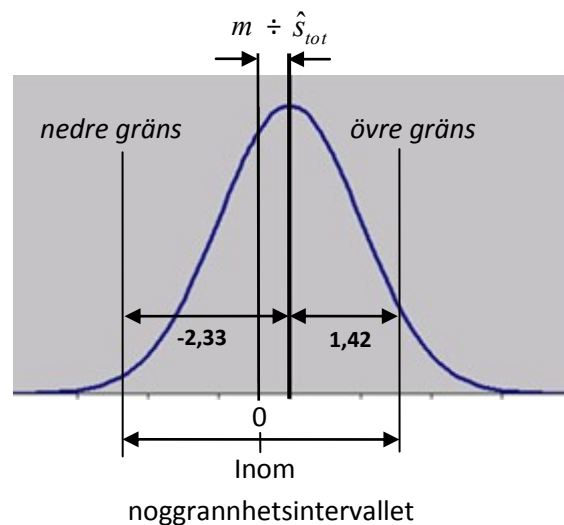
Normalfördelningskurvan ger:

$$\text{andel nedom övre gränsen} = 0,922$$

$$\text{andel nedom nedre gränsen} = 0,010$$

$$\text{andel inom noggrannhetsintervallet}$$

$$= 0,922 - 0,010 = \underline{\underline{91,2\%}}$$



7. Angående databehov för analys av partivis noggrannhet

Idag finns tyvärr inte uppgiften om partitillhörighet lätt tillgänglig för stockmättnings- och kontrollstocksdata. För stickprovsmätning finns ej heller uppgiften om tillämpat omräkningstal lätt tillgänglig. Ev. mätplatskorrigering vid automatisk stockmätning bör också beaktas. Allt detta gör att analyser av partivis noggrannhet i dagens situation blir mycket arbetskrävande. Uppgifterna borde finnas i de databaser som används för uppföljning av mätningen för att analyser med uppdelning på parti ska kunna göras fortlöpande. För att analyser av stickprovsmätningen ska kunna göras fullt ut måste det dessutom gå att på ett enkelt sätt koppla ihop kontrollstocksdata, stickprovdata och enkla mätningens data. Dessutom kan antalet partier med flera kontrollenheter/stickprov vara begränsande, vilket kan vara skäl att justera dagens urval.

Här har fokuserats mycket på partier med mer än en kontrollenhet (läs kontrollenhet/stickprov). Partier med en enda kontrollenhet kan också användas men bidrar bara med information om den sammantagna variationen inom + mellan partier. En skattning av det genomsnittliga medelfelet per parti (medelvärdesosäkerheten) kan dock göras genom "lån" av resultat från större partierna med två eller flera kontrollenheter. Om exv. s_e beräknats till 3,4 % för partier med 2 kontrollenheter blir motsvarande spridningsmått $3,4\% \times \sqrt{2}$ för partier med bara en kontrollenhet och om partierna med mer än en kontrollenhet i genomsnitt har 2,3 kontrollenheter ska s_e räknas upp med faktorn $\sqrt{2,3}$ o.s.v. Detta förfarande leder förmodligen till en underskattning av s_e för mindre partier (eftersom spridningen inom parti nog kan vara lite större för mindre partier) och därmed en överskattning av partivisa fel. Denna genväg i beräkningen i brist på data för små partier är inte invändningsfri, men ger en viss inbyggd säkerhetsmarginal genom att den verkliga andelen partier inom gällande noggrannhetskrav torde vara högre, knappast lägre, än beräknad.